sesatmaxxing

teori bahasa dan otomata

uts

the one and only

kafeyangasli

16/10/25

pembahasan teori bahasa dan otomata 24/25

the one and only @kafeyangasli

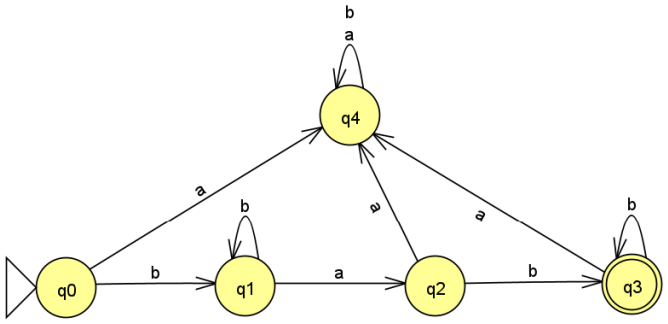
October 16, 2025

SOAL A

1. Misalkan diberikan himpunan alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ dan $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Misalkan juga diberikan string $u = abb$ dan $v = bba$.

   - Tentukan uv dan $|uv|$
     Pembahasan:
     $uv = abbbba$ dan $|uv| = 6$
   - Apakah $uv = vu$? Berikan penjelasan singkat.
     Pembahasan:
     $uv = abbbba$ dan $vu = bbaabb$. Bisa dilihat bahwa setiap alfabet uv dari awal sampai akhir tidak sama dengan alfabet vu dari awal sampai akhir. Maka, bisa disimpulkan $uv \neq vu$
   - Tentukan Σ^* dan Σ^+.
     Pembahasan:
     $\sum^* = \{\lambda, a, b, aa, bb, ab, ba, \dots\}$,
     $\sum^+ = \{a, b, aa, bb, ab, ba, \dots\}$
   - Apakah $|\lambda| = |\{\lambda\}|$? Berikan penjelasan singkat terkait alasan Anda.
     Pembahasan:
     Tidak. Ini karena λ sendiri adalah sebuah string kosong, sehingga panjangnya $|\lambda| = 0$. Berbeda dengan $|\{\lambda\}|$ yang memiliki nilai $|\{\lambda\}| = 1$, yaitu panjang dari suatu himpunan dengan string kosong sebagai elemennya.
   - Tentukan L^2.
     Pembahasan:
     $L^2 = L \cdot L = \{a^m b^m a^n b^n \mid m, n \geq 0\} = \{\lambda, abab, aabbaabb, aaabbbaaabbb, \dots\}$
   - Tentukan L^R.
     Pembahasan:
     $L^R = \{b^n a^n \mid n \geq 0\} = \{\lambda, ba, bbaa, bbbaaa, \dots\}$

2. Diberikan $\Sigma = \{a, b\}$ dan mesin Deterministic Finite Automata (DFA) sebagai berikut:



   - Tentukan definisi formal dari mesin DFA tersebut.
     Pembahasan:
     Mesin DFA tersebut memiliki definisi formal sebagai berikut:

$$M = (Q,\ \Sigma,\ q_0,\ F,\ \delta)$$

     dimana

- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
- $\sum = \{a, b\}$
- $q_0 = q_0$
- $F = \{q_3\}$
- Fungsi transisi:

δ	a	b
q_0	q_4	q_1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_4	q_3
q_3	q_4	q_3
q_4	q_4	q_4

- Apakah string *bbab* diterima mesin? Jelaskan.

  Pembahasan:

  Ya. String *bbab* diterima karena terdapat terdapat jalan pada mesin yang berhasil membaca seluruh input dari setiap alfabet pada string yang berakhiran pada final state.

- Tentukan Language (L) apa yang diterima oleh mesin.

  Pembahasan:

  Mesin menerima semua string yang berawalan dengan satu atau lebih b, diikuti dengan tepat satu a dan diakhiri dengan satu atau lebih b. Sehingga, bahasa yang diterima adalah:

$$L = \{b^m a b^n \mid m, n \geq 1\}$$

- Jika kita memiliki 2 mesin DFA, apa syarat sehingga kedua mesin DFA tersebut disebut ekuivalen? (Catatan: Ingat kembali terkait konsep "Language").

  Pembahasan:

  2 mesin DFA dikatakan ekivalen bilamana bahasa yang diterima mesin M_1 sama dengan bahasa yang diterima mesin M_2, atau dalam kata lain, $L(M_1) = L(M_2)$.

3. Buatlah sebuah NFA yang mampu menerima kumpulan string dari himpunan simbol di himpunan bilangan bulat tidak negatif $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ dengan ketentuan bahwa simbol terakhir pada string hanya pernah muncul satu kali pada string tersebut.

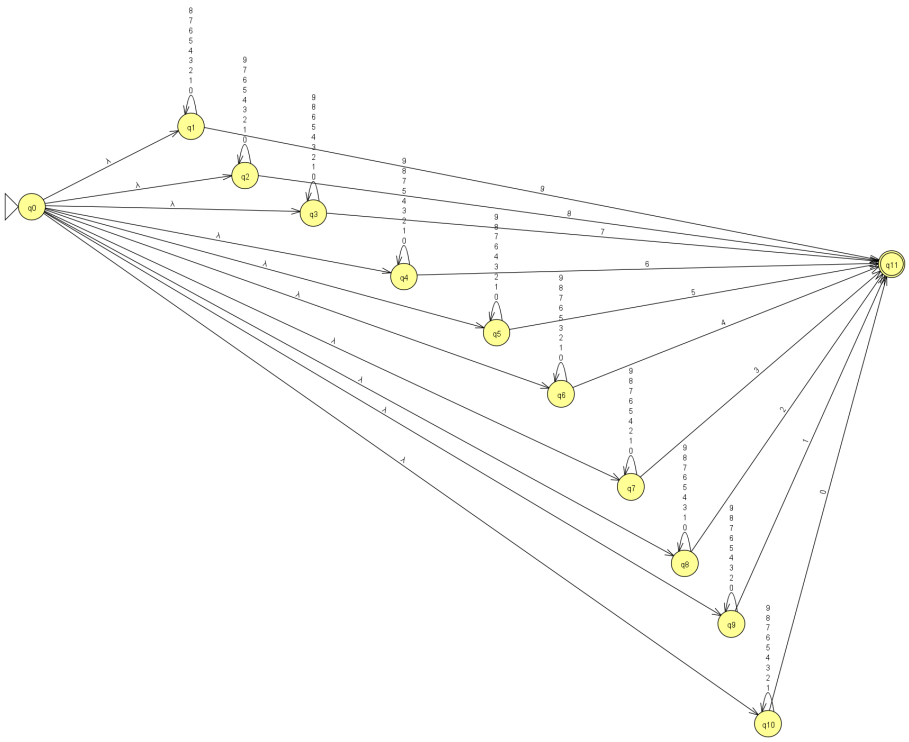
   - Contoh string yang diterima adalah '2310219', '0001', dst.
   - Contoh string yang ditolak adalah '0980', '2300', dst.

   Pembahasan:

   String yang diterima adalah string dengan alfabet terakhirnya unik (hanya muncul sekali). Salah satu pendekatan yang bisa digunakan adalah dengan membuat 10 state dengan transisi loop ke dirinya sendiri tanpa angka tertentu, lalu ketika menemukan angka yang diinginkan, langsung arahkan ke final state.

   Misal state q_1 memiliki fungsi transisi ke dirinya sendiri ketika bertemu alfabet $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ lalu ke final state ketika ketemu 9. state q_2 memiliki fungsi transisi ke dirinya sendiri ketika bertemu alfabet $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$ lalu ke final state ketika ketemu 8, dan seterusnya.

   NFA yang dihasilkan adalah sebagai berikut:



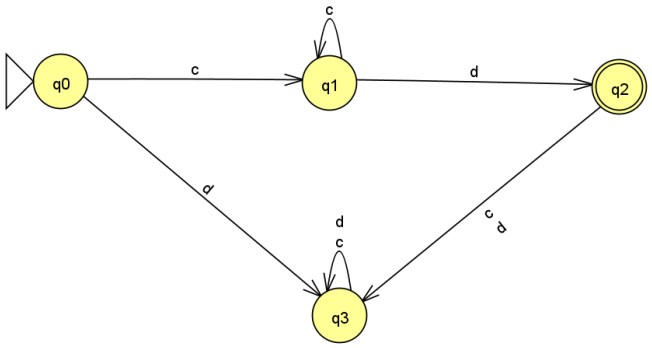
<u>Catatan:</u> tidak harus sama persis. selama string yang diterima sesuai apa yang diminta, meski tidak minimal, seharusnya akan tetap dikategorikan sebagai jawaban benar.

SOAL B

1. Diberikan program python berikut:

```
import re
# '+' replaces the occurrence of one or more characters.
p = re.compile('c+d')
print(p.findall("ccdcdcddcddd"))
```

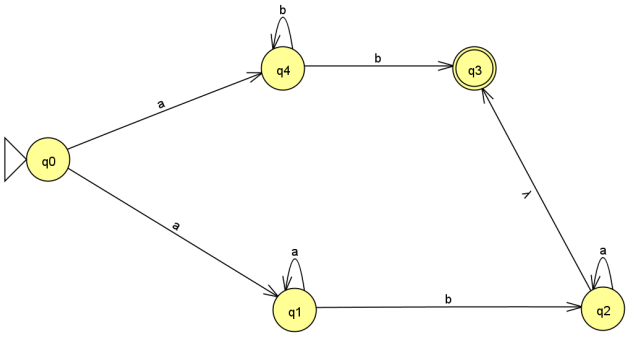
   - Tentukan output program tersebut!
     Pembahasan:
     Program mencari banyaknya kemunculan c^+d. Berdasarkan string yang ada, maka output seharusnya adalah 4.
   - Buatlah DFA dari Ekspresi regular tersebut!
     Pembahasan:
     DFA yang dihasilkan dari ekspresi regular c^+d adalah:



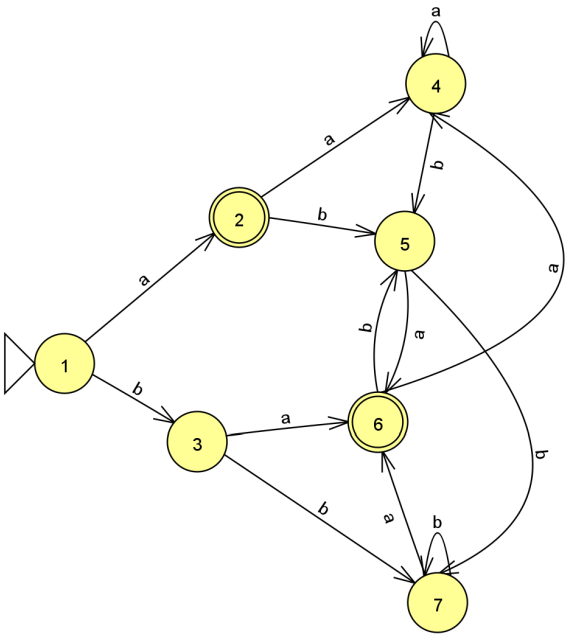
2. Diberikan ekspresi regular:

$$aa^*ba^* \cup ab^*b$$

   Tentukan NFA dengan final state tunggal!
   Pembahasan:



3. Tentukan minimal DFA dari DFA berikut!



Pembahasan:

Diketahui dari gambar bahwa $F = \{2,6\}$.

Menggunakan metode **Filling Table**, kita tandai seluruh pasangan final state dan non-final state sebagai distinguishable terlebih dahulu.

	1	2	3	4	5	6	7
1							
2	✓						
3		✓					
4		✓					
5		✓					
6	✓		✓	✓	✓		
7		✓				✓	

Lalu, cek untuk semua kemungkinan pasangan lain, lalu cek apakah pasangan tersebut distinguishable atau indistinguishable.

Misal kita cek pasangan $(1,3)$. Untuk setiap alfabet yang ada pada mesin, hitung pasangan yang muncul.

- $(1,a) = 2,\ (3,a) = 6 \ \rightarrow \ ID$
- $(1,b) = 3,\ (3,b) = 7 \ \rightarrow \ ID$

Karena keduanya indistinguishable, maka pasangan $(1,3)$ jugalah indistinguishable. Sehingga, tidak perlu dicentang.

Misal kita cek pasangan $(1,4)$.

- $(1,a) = 2,\ (4,a) = 4 \ \rightarrow \ D$
- $(1,b) = 3,\ (4,b) = 7 \ \rightarrow \ ID$

Karena terdapat satu kemungkinan yang merupakan distinguishable, maka disimpulkan pasangan tersebut adalah distinguishable. Sehingga, kita perlu mencentangnya.

Setelah menghitung semua kemungkinan yang ada, didapatkan tabel sebagai berikut:

	1	2	3	4	5	6	7
1							
2	✓						
3		✓					
4	✓	✓	✓				
5		✓		✓			
6	✓		✓	✓	✓		
7		✓		✓		✓	

(1, a) = 2 (3, a) = 6 (2, 6) = INDISTINGUISHABLE
(1, b) = 3 (3, b) = 7 (3, 7) = INDISTINGUISHABLE
(1, 3) = INDISTINGUISHABLE

(1, a) = 2 (4, a) = 4 (2, 4) = DISTINGUISHABLE
(1, 4) = DISTINGUISHABLE

(3, a) = 6 (4, a) = 4 (4, 6) = DISTINGUISHABLE
(3, 4) = DISTINGUISHABLE

(1, a) = 2 (5, a) = 6 (2, 6) = INDISTINGUISHABLE
(1, b) = 3 (5, b) = 7 (3, 7) = INDISTINGUISHABLE
(1, 5) = INDISTINGUISHABLE

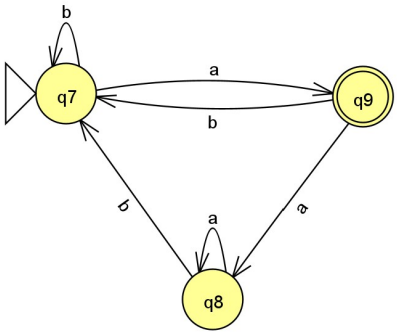
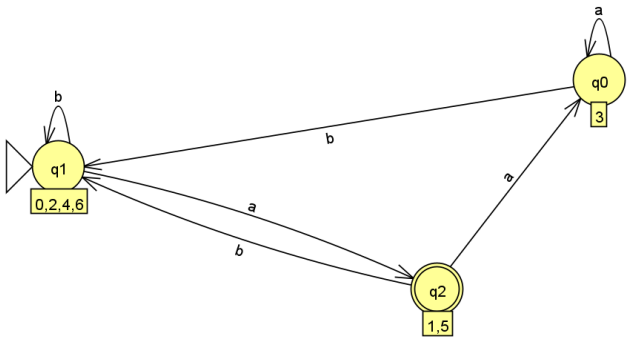
(3, a) = 6 (5, a) = 6 (6, 6) = INDISTINGUISHABLE
(3, b) = 7 (5, b) = 7 (7, 7) = INDISTINGUISHABLE
(3, 5) = INDISTINGUISHABLE

(4, a) = 4 (5, a) = 6 (4, 6) = DISTINGUISHABLE
(4, 5) = DISTINGUISHABLE

(1, a) = 2 (7, a) = 6 (2, 6) = INDISTINGUISHABLE
(1, b) = 3 (7, b) = 7 (3, 7) = INDISTINGUISHABLE
(1, 7) = INDISTINGUISHABLE

(4, a) = 4 (7, a) = 6 (4, 6) = DISTINGUISHABLE
(4, 7) = DISTINGUISHABLE

Sekarang, gabungkan pasangan state yang sejenis (F dengan F, NF dengan NF) yang indistinguishable. Maka, didapatkan DFA minimal:



DFA minimal juga bisa dibuktikan menggunakan JFLAP, yang dimana manghasilkan hasil yang sama: